

Pensieve Header: A 2D B-Picture.

```
SetDirectory["C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\w-Computations"]
```

```
C:\\drorbn\\AcademicPensieve\\Projects\\w-Computations
```

```
ar[i_, j_] := t[i] h[j]
```

```
HMultiply[x_, y_, z_][mix_] := Module[
  {cox, coy, jx, jy, jxy},
  cox = D[mix, h[x]] /. t[s_] => c[s];
  coy = D[mix, h[y]] /. t[s_] => c[s];
  jx = If[cox === 0, 1,  $\frac{-1 + e^{cox}}{cox}$ ];
  jy = If[coy === 0, 1,  $\frac{-1 + e^{coy}}{coy}$ ];
  jxy = If[cox + coy === 0, 1,  $\frac{-1 + e^{cox+coy}}{cox + coy}$ ];
  (mix /. {h[x] -> 0, h[y] -> 0}) +  $\frac{jx h[z] D[mix, h[x]]}{jxy}$  +  $e^{cox} \frac{jy h[z] D[mix, h[y]]}{jxy}$ 
]
```

```
BDisplay[expr_] := Collect[expr, _h, Collect[#, _t, FullSimplify] &]
```

```
HMultiply[3, 4, 5][t[1] h[3] + t[2] h[4]] // BDisplay
```

$$h[5] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[2]} \right)$$

```
a = t[1] h[4] + t[2] h[5] + t[3] h[6]
```

```
h[4] t[1] + h[5] t[2] + h[6] t[3]
```

```
HMultiply[4, 5, 7][a] // BDisplay
```

$$h[7] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]}) c[2]} \right) + h[6] t[3]$$

```
Expand2[expr_] := Series[expr /. {c[i_] => z c[i], t[i_] => z t[i]}, {z, 0, 2}]
```

```
HMultiply[4, 5, 7][a] // Expand2
```

$$(h[7] t[1] + h[7] t[2] + h[6] t[3]) z + \frac{1}{2} (-c[2] h[7] t[1] + c[1] h[7] t[2]) z^2 + O[z]^3$$

```
HMultiply[7, 6, 8][HMultiply[4, 5, 7][a]] // BDisplay
```

$$h[8] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[2]} + \frac{e^{c[1]+c[2]} (-1 + e^{c[3]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[3]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[3]} \right)$$

```
HMultiply[4, 7, 8][HMultiply[5, 6, 7][a]] // BDisplay
```

$$h[8] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[2]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[2]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[2]} + \frac{e^{c[1]+c[2]} (-1 + e^{c[3]}) (c[1] + c[2] + c[3]) t[3]}{(-1 + e^{c[1]+c[2]+c[3]}) c[3]} \right)$$

```
(HMultiply[7, 6, 8][HMultiply[4, 5, 7][a]] -
  HMultiply[4, 7, 8][HMultiply[5, 6, 7][a]]) // BDisplay
```

0

From B - Side Operations, II :

$$E_y C_y^x(u) = \beta u_1 + \gamma u_2$$

$$= \beta z \frac{(e^{-\alpha^w c_w + \gamma c_y} - 1) \alpha^w a_{wz} c_y + a_{yz} (\alpha^w c_w + \gamma c_y)}{e^{-\alpha^w c_w + \gamma c_y} \alpha^w c_w + \gamma c_y} + \gamma c_y \frac{e^{-\alpha^w c_w + \gamma c_y} - 1}{-\alpha^w c_w + \gamma c_y} (w + \gamma a_{yx})$$

```
THConjugate[y_, x_][mix_] := Module[
  {cox, coy, \gamma, \delta, rest, jx},
  cox = D[mix, h[x]] /. t[y] -> 0;
  coy = D[mix, t[y]] /. h[x] -> 0;
  \gamma = Coefficient[mix, t[y] h[x]];
  \delta = \gamma c[y] + (cox /. t -> c);
  rest = mix /. t[y] -> 0;
  coy \frac{(E^\delta - 1) cox c[y] + t[y] \delta}{E^\delta (cox /. t -> c) + \gamma c[y]} + \gamma c[y] \frac{(1 - E^{-\delta})}{\delta} w + \gamma t[y] h[x] + rest
];
```

```
HTConjugate[x_, y_][mix_] :=
  ((mix /. h[x] -> -h[x]) // THConjugate[y, x]) /. h[x] -> -h[x]
```

```
THConjugate[y, x][t[y] h[1] + t[1] h[x]] // BDisplay
```

$$h[x] t[1] + h[1] \left(\frac{c[y] (1 - \text{Cosh}[c[1]] + \text{Sinh}[c[1]]) t[1]}{c[1]} + e^{-c[1]} t[y] \right)$$

```
a1 = ar[1, 3] + ar[4, 2]
```

```
h[3] t[1] + h[2] t[4]
```

```
a2 = a1 // HTConjugate[3, 4] // HTConjugate[2, 4] // HMultiply[2, 3, 2] // BDisplay
```

```
-e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) w +
```

$$h[2] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

a3 = a1 // HMultiply[3, 2, 2] // HTConjugate[2, 4] // BDisplay

$$-e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) W + h[2] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

a2 = a3

True

ComposeList[{HTConjugate[3, 4], HTConjugate[2, 4], HMultiply[2, 3, 2]}, a1] // BDisplay // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[3] t[1] + h[2] \left(-\frac{(-1+e^{c[1]}) c[4] t[1]}{c[1]} + e^{c[1]} t[4] \right) \\ -e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) W + h[3] t[1] + h[2] \left(-\frac{(-1+e^{c[1]}) c[4] t[1]}{c[1]} + e^{c[1]} t[4] \right) \\ -e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) W + h[2] \left(\frac{(-1+e^{c[1]}) (c[1]+c[4]) t[1]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1+e^{c[4]}) (c[1]+c[4]) t[4]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \end{pmatrix}$$

ComposeList[{HMultiply[3, 2, 2], HTConjugate[2, 4]}, a1] // BDisplay // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[2] \left(\frac{(-1+e^{c[1]}) (c[1]+c[4]) t[1]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1+e^{c[4]}) (c[1]+c[4]) t[4]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \\ -e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) W + h[2] \left(\frac{(-1+e^{c[1]}) (c[1]+c[4]) t[1]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1+e^{c[4]}) (c[1]+c[4]) t[4]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \end{pmatrix}$$

ComposeList[{HMultiply[2, 3, 2], HTConjugate[2, 4]}, a1] // BDisplay // MatrixForm

$$\begin{pmatrix} h[3] t[1] + h[2] t[4] \\ h[2] \left(\frac{e^{c[4]} (-1+e^{c[1]}) (c[1]+c[4]) t[1]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{(-1+e^{c[4]}) (c[1]+c[4]) t[4]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \\ W - e^{c[4]} W + h[2] \left(\frac{e^{c[4]} (-1+e^{c[1]}) (c[1]+c[4]) t[1]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{(-1+e^{c[4]}) (c[1]+c[4]) t[4]}{(-1+e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right) \end{pmatrix}$$

b1 = ar[1, 2] + ar[4, 3]

$h[2] t[1] + h[3] t[4]$

b2 = b1 // HTConjugate[3, 4] // HTConjugate[2, 4] // HMultiply[3, 2, 2] // BDisplay

$$W - e^{c[4]} W + h[2] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

b3 = b1 // HMultiply[2, 3, 2] // HTConjugate[2, 4] // BDisplay

$$-e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) W + h[2] \left(\frac{(-1 + e^{c[1]}) (c[1] + c[4]) t[1]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[1]} + \frac{e^{c[1]} (-1 + e^{c[4]}) (c[1] + c[4]) t[4]}{(-1 + e^{c[1]+c[4]}) c[4]} \right)$$

FullSimplify[b2 == b3]

$$(-1 + e^{c[1]}) (-1 + e^{c[4]}) W == 0$$